Mathematik/Physik

Rechenmethoden

PD DR. S. DÜRR

Übungsblatt 12 im WiSe 16/17

Abgabe: Di 31.1.2017 in der Vorlesung (Nachfrist: im Fach bis 12:00)
Besprechung: 2.2.2017

Übungsleitung:

D. LAUBACH	Individualfach auf D.10, rechter Flur hinten	Do 9:15-10:00 in F.13.11
N. CHREIM	Individualfach auf D.10, rechter Flur hinten	Do 9:15-10:00 in D.10.08

1. Inhomogene nichtlineare Differentialgleichung

5 Punkte

Finden Sie ein partikuläre polynomiale Lösung der Differentialgleichung

$$u(x)(u'(x))^2 + u^2(x) = 5x^4 + 5x^3 - \frac{5}{8}x \,.$$

Hinweis: Wählen Sie ein Polynom als Ansatzfunktion und klären Sie zunächst, wie Sie den Grad des Polynoms wählen müssen. Dann setzen Sie dieses Polynom $u(x) = a + bx + cx^2 + \ldots$ in die DG ein und erhalten ein System von 5 kubischen Gleichungen für die Koeffizienten $a, b, c, \ldots$ und stellen fest, dass es eine eindeutige Lösung hat. Zu guter Letzt setzen Sie dieses Polynom mit den gefundenen Koeffizienten nochmals in die DG ein und überzeugen sich davon, dass netto der Ausdruck $5x^4 + 5x^3 - \frac{5}{8}x$ verbleibt.

2. Freier Fall mit Reibung

5 Punkte

Lösen Sie die Differentialgleichung des freien Falls mit Reibung

$$\ddot{z}(t) + \gamma \dot{z}(t) = g \qquad [\gamma > 0,\ g \in \mathbb{R}]$$

zur Anfangsbedingung $z(0) = z_0$ und $\dot{z}(0) = 0$. Hinweis: Betrachten Sie zunächst die Differentialgleichung, die sich für die Geschwindigkeit $v(t) = \dot{z}(t)$ ergibt. Lösen sie diese DG, wobei Sie jetzt schon die Anfangsbedingung $\dot{z}(0) = 0$ berücksichtigen können. Durch Integration des so gefundenen $v(t) = \dot{z}(t)$ unter Berücksichtigung der Anfangsbedingung $z(0) = z_0$ erhalten Sie dann die gesuchte Trajektorie $z(t)$.