Mathematik/Physik

Rechenmethoden

PD DR. S. DÜRR

Übungsblatt 4 im WiSe 17/18

Abgabe: Di 21.11.2017 in der Vorlesung (Nachfrist bis 12:00 in G.11.44)
Besprechung: 23.11.2017

BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL

Übungsleitung:

S. ENGELMANN	Do 9:15-10:00 in F.13.11
N. CHREIM	Do 9:15-10:00 in D.10.08
R. ZADOURIAN	Do 9:15-10:00 in D.10.15

Die Übungsblätter werden Donnerstags in der Vorlesung verteilt. Sie müssen am Dienstag der nächsten Woche in der Vorlesung oder bis 12:00 Uhr persönlich in G.11.44 abgegeben werden. Die Besprechung findet dann am Donnerstag statt. Für jedes Übungsblatt gibt es zehn Punkte. Zum Bestehen müssen 50% der Punkte erreicht werden. Hinweis: Die Übungszettel müssen *individuell* abgegeben werden (keine Gruppenarbeiten).

1. Stetigkeit

4 Punkte

Entscheiden Sie ob folgende Funktionen am Punkt $x = 1$ stetig sind [Teilaufgabe (c) zählt doppelt]:

a) $f(x) = \begin{cases} 2x-3 & (x \le 1) \\ \cos(\pi x^5) & (x > 1) \end{cases}$ b) $g(x) = \begin{cases} \frac{8x-3}{2x^2} & (x \le 1) \\ e^{-1/(x-1)} & (x > 1) \end{cases}$ c) $h(x) = \begin{cases} \frac{\ln(x)}{x-1} & (x \le 1) \\ x^3 & (x > 1) \end{cases}$

2. Vektorrechnung

6 Punkte

a) Berechnen Sie den Winkel zwischen den Vektoren $\vec{a} = (3, -1, \sqrt{6})^{\mathrm{t}}$ und $\vec{b} = (-2, 1, 2)^{\mathrm{t}}$.

b) Finden Sie explizite Koordinaten (bezügl. $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$) für die drei Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ so dass gilt:
$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) \neq (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$

c) Beweisen Sie den Entwicklungssatz unter Verwendung der kartesischen Einheitsbasis (d.h. in Koordinaten):
$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$

d) Benutzen Sie den Entwicklungssatz dreimal, um folgenden Ausdruck zu vereinfachen (beachte Zyklizität):
$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b})$

e) Berechnen Sie für die Vektoren $\vec{a} = (1, 2, -3)^{\mathrm{t}}, \vec{b} = (2, 3, 4)^{\mathrm{t}}, \vec{c} = (3, 4, 5)^{\mathrm{t}}$ (bezügl. $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$) die Ausdrücke $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ und $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$.

f) Berechnen Sie das Volumen des durch die Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ aus Teilaufgabe (e) aufgespannten Tetraeders.